2.2.10 Расчет зубьев цилиндрических колес на прочность

При оценке прочности зубьев действующие напряжения определяют по расчетной нагрузке. За расчетную нагрузку w принимают максимальное значение удельной нагрузки, распределенной по линии контакта зубьев:

$$w_t = F_n K / l_\Sigma , \qquad (2.40)$$

где F_n – нормальная сила в зацеплении;

$K = K_\beta K_v$ – коэффициент расчетной нагрузки;

K_β – коэффициент концентрации нагрузки;

K_v – коэффициент динамической нагрузки;

l_Σ – суммарная длина линии контакта зубьев.

Суммарная длина контактных линий зависит от ширины венца колеса b_w. Для прямозубых передач при однопарном зацеплении $l_\Sigma = b_w$.

Концентрация нагрузки и динамические нагрузки по-разному влияют на прочность по контактным и изгибным напряжениям. Соответственно различают коэффициенты при расчетах по контактным напряжениям K_H , $K_{H\beta}$ K_{Hv} и по напряжениям изгиба K_F, $K_{F\beta}$ K_{Fv}.

Коэффициент концентрации нагрузки K_β учитывает неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, связанную с деформацией валов, корпусов, опор и самих зубчатых колес, как показано на рисунке 2.20, а также с

погрешностями изготовления передачи.

Например, при симметричном расположении опор прогиб валов не вызывает перекоса зубчатых колес и, следовательно, почти не нарушает распределения нагрузки по длине зуба. Но *при несимметричном и консольном расположении опор колеса перекашиваются на некоторый угол, что приводит к нарушению правильного касания зубьев.* В силу упругости зубьев обычно сохраняется их контакт по всей длине, но нагрузка при этом распределяется неравномерно. Влияние перекоса усиливается с увеличением ширины зубчатого венца.

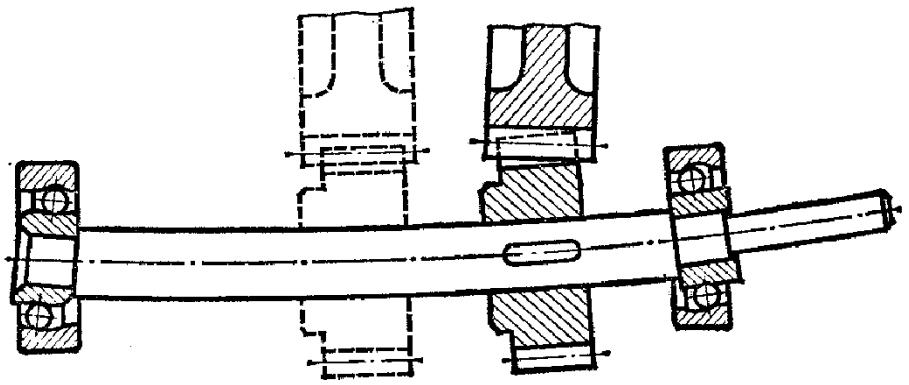


Рисунок 2.20 – Расположение зубчатых колес относительно опор

При твердости материала колес ≤ НВ 350 неравномерность нагрузки со временем уменьшается вследствие прирабатываемости зубьев. При твердости зубьев > НВ 350 или при окружных скоростях v > 15 м/с влияние приработки зубьев проявляется слабо.

Для приближенной оценки K_β рекомендуют графики, составленные на основе расчетов и практики эксплуатации. При постоянной нагрузке, при твердости материала колес ≤ НВ 350 и v < 15 м/с можно принимать $K_\beta = 1$.

Коэффициент динамической нагрузки K_v учитывает возникновение в зацеплении колес дополнительных динамических нагрузок. Его величина зависит от погрешностей зубьев колес, окружной скорости, присоединенных масс и других причин.

Значение коэффициента K_v для всех видов зубчатых колес принимают по таблицам в зависимости от точности изготовления, окружной скорости и твердости рабочих поверхностей зубьев.

Расчет на прочность прямозубых и косозубых передач регламентирован ГОСТ 21354-87. Расчет сводится к удовлетворению условий прочности по контактным напряжениям и напряжениям изгиба.

Расчет *зубьев по контактным напряжениям* ведут для зацепления в полюсе, поскольку выкрашивание начинается вблизи полюсной линии (на ножке) (рис. 2.21).

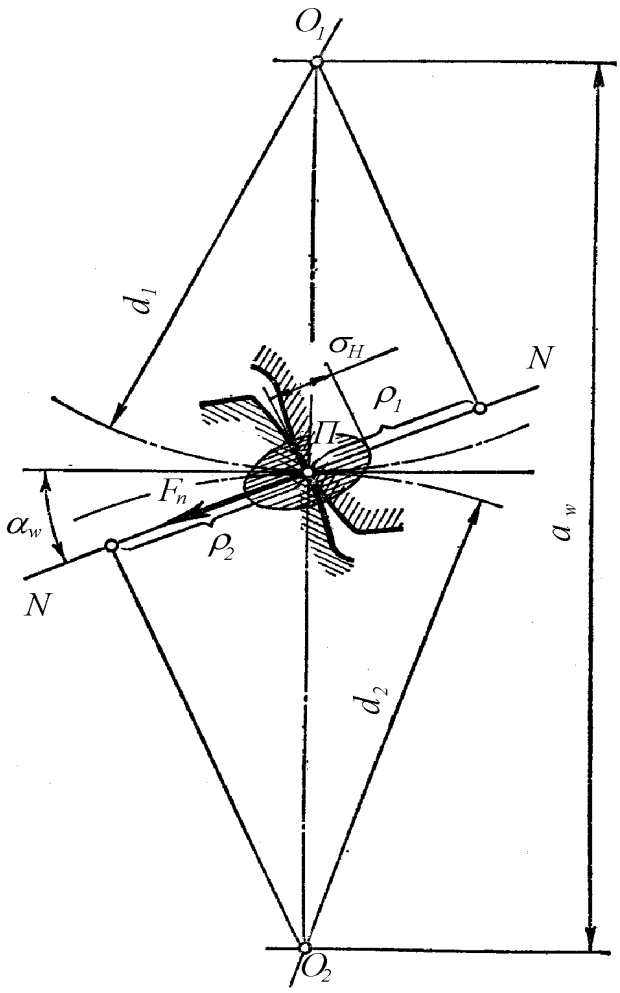


Рисунок 2.21 – К расчету зубчатых передач на контактную прочность

Контакт зубьев рассматривают как контакт двух цилиндров. Поэтому контактные напряжения определяют по формуле Герца для наибольших контактных напряжений при сжатии цилиндров вдоль образующих:

$$\sigma_H = 0{,}418\sqrt{\frac{q \cdot E_{ПР}}{\rho_{ПР}}}. \qquad (2.41)$$

Здесь q – нагрузка на единицу длины зуба, определяемая по формуле

$$q = \frac{w_t}{K_\varepsilon \varepsilon_\alpha \cos\alpha}, \qquad (2.42)$$

где K_ε – коэффициент, зависящий от суммарной длины контактных линий;

ε_α – коэффициент перекрытия (для прямозубых передач ε_α = 1);

$\rho_{ПР}$ – приведенный радиус кривизны:

$$1/\rho_{ПР} = 1/\rho_1 + 1/\rho_2. \qquad (2.43)$$

В общем случае для прямозубых и косозубых цилиндрических колес радиусы кривизны ρ_1 и ρ_2 в точке контакта профилей зубьев:

$$\rho_1 = 0{,}5\, d_1 \sin\alpha / \cos^2\beta, \quad (2.44)$$

$$\rho_2 = 0{,}5\, d_2 \sin\alpha / \cos^2\beta. \quad (2.45)$$

Величину контактных напряжений определяют

$$\sigma_H = Z_H Z_M Z_\varepsilon \sqrt{\frac{2T_2 \cdot K(u+1)}{d_{w1}^3 \cdot \psi_{bd} \cdot u^2}}, \quad (2.46)$$

где Z_M – коэффициент, учитывающий механические свойства материалов сопряженных колес;

Z_H – коэффициент, учитывающий форму сопряженных поверхностей;

Z_ε – коэффициент, учитывающий суммарную длину контактных линий;

ψ_{bd} – коэффициент ширины колеса $\psi_{bd} = b / d_{w1}$.

При проектном расчете из условия прочности по контактным напряжениям определяют делительный диаметр шестерни

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} K_{Hv} (u+1)}{\psi_{bd} [\sigma_H]^2 u}}. \quad (2.47)$$

Для отыскания межосевого расстояния a заменяют d_1 на $2a/(u+1)$ и вводят коэффициент ширины колеса $\psi_{ba} = b / a$

$$a_w = K_a (u+1) \sqrt[3]{\frac{T_2 K_{H\beta} K_{Hv}}{\psi_{ba} [\sigma_H]^2 u^2}}. \quad (2.48)$$

Коэффициенты ψ_{ba} и ψ_{bd} зависят от твердости поверхности зубьев передачи и расположения зубчатых колес относительно опор.

Для предварительных расчетов стальных прямозубых колес принимают $K_{H\beta}K_{Hv}$ = 1,3; K_d = 770 МПа$^{1/3}$ и K_a = 495 МПа$^{1/3}$.

Нагрузочная способность косозубых колес примерно в 1,5 раза выше, чем у прямозубых, поэтому в предварительных расчетах для стальных косозубых и шевронных колес можно принимать $K_{H\beta}K_{Hv}$ = 1,2; K_d = 675 МПа$^{1/3}$ и K_a = 430 МПа$^{1/3}$.

Расчет зубьев на изгиб. Нормальная сила F_n, являющаяся результатом взаимодействия зубьев колес нагруженной передачи, действует по направлению линии зацепления и может быть приложена в различных точках поверхности зуба. С точки зрения прочности на изгиб наиболее опасно, когда нормальная сила приложена к вершине зуба, как показано на рисунке 2.22.

Независимо от того, сколько пар зубьев находится в зацеплении, для надежности расчета принимают, что вся *нагрузка* F_n, воспринимается только одним зубом и направлена по общей нормали к профилям зубьев. Перенося силу

F_n по линии действия на ось симметрии зуба, раскладывают ее на две составляющие: окружную F_t' и радиальную F_r'. Сила F_t' изгибает зуб, а сила F_r' сжимает его.

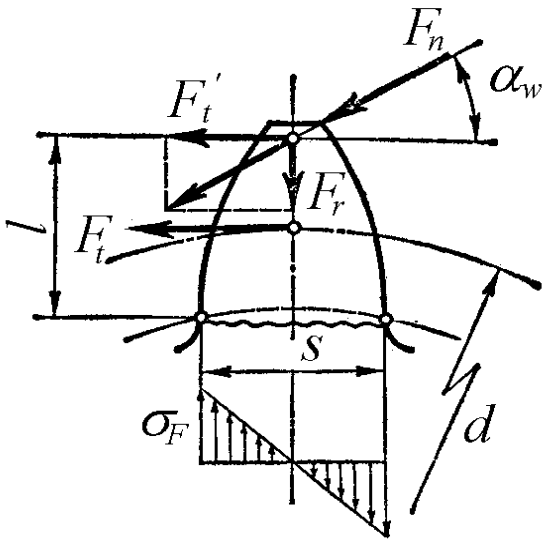


Рисунок 2.22 – К расчету зубьев на изгиб

Заменяя далее силу F_t' окружной силой $F_t = 2T / d$ (так как $F_t > F_t'$, то произведенная замена лишь несколько увеличит запас прочности), получим

$$\sigma_F = \frac{F_t \cdot l}{bs^2/6} \le [\sigma]_F \qquad (2.49)$$

С учетом коэффициентов расчетной нагрузки $K_{F\beta}$. и K_{Fv}, коэффициента распределения нагрузки между зубьями K_{Fa} и теоретического коэффициента концентрации напряжений K_σ полученная формула для прямозубых передач примет вид

$$\sigma_F = Y_F \frac{w_t}{m} \le [\sigma]_F, \qquad (2.50)$$

где $Y_F = 6\,k\,K_\sigma / c^2$ – коэффициент формы зуба, выбираемый в зависимости от числа зубьев (для косозубой передачи - от эквивалентного числа зубьев).

У косозубых передач суммарная длина контактных линий l_Σ больше ширины колеса, что способствует уменьшению напряжений изгиба. Поэтому для косозубых передач

$$\sigma_F = Y_F Y_\varepsilon Y_\beta \frac{w_t}{m} \le [\sigma]_F, \qquad (2.51)$$

где Y_β, $= 1 - (\beta^0 / 140)$ – коэффициент, учитывающий наклон зуба;

Y_F – коэффициент, учитывающий форму зуба; $Y_\varepsilon = 1/ K_\varepsilon \varepsilon_\alpha$; $K_\varepsilon \approx 0{,}95$ - коэффициент, учитывающий непостоянство суммарной длины контактных линий.

Эта формула обычно используется для проверочных расчетов.

При проектном расчете модуль определяется по эмпирической зависимости с последующей проверкой зубьев на изгибную прочность.

При твердости рабочих поверхностей зубьев шестерни и колеса ≤ НВ350 принимают $m = (0{,}01 \ldots 0{,}02)\, a_w$.

При проектировании передачи из условия прочности по напряжениям изгиба модуль передачи определяют по формуле

$$m_n = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 10^3 K_{F\beta} K_{Fv} T_1 Y_F K_{F\alpha} Y_\beta}{z_1 \psi_m [\sigma_F]}}\,. \qquad (2.52)$$

Согласно ГОСТ 2185-66, межосевые расстояния и номинальные передаточные числа должны соответствовать стандартным значениям.

Контактные напряжения для зубьев конических колес определяются по аналогии с формулой (2.46) для цилиндрических передач, заменяя конические колеса эквивалентными цилиндрическими.

Формула для проверочного расчета конических передач на контактную выносливость имеет вид

$$\sigma_H = Z \sqrt{\frac{w_t \sqrt{u^2 + 1}}{0.85 d_1 \cdot u}} \le [\sigma_H], \qquad (2.53)$$

где опытный коэффициент 0,85 оценивает снижение нагрузочной способности конических передач по сравнению с цилиндрической из-за консольного расположения шестерни. Коэффициент $Z = 487$ МПа$^{1/2}$ для стальных колес.

Формула для проектного расчета конической передачи со стальными колесами такова:

$$d_1 = K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} K_{Hv} \sqrt{u^2 + 1}}{0{,}85 \psi_{bd} u [\sigma_H]^2}}, \qquad (2.54)$$

где $\psi_{bd} = b/d_1$ – коэффициент ширины колеса относительно среднего диаметра. Для предварительных расчетов можно принимать $K_{нв}K_{нv} = 1{,}3$.

Для того чтобы отношение ширины зубчатого венца к внешнему конусному расстоянию $b/R_e = \psi_{Re}$ находилось в общепринятых пределах, значение коэффициента ψ_{bd} вычисляют по формуле

$$\psi_{bd} = 0{,}5 \cdot \psi_{\mathrm{Re}} \sqrt{u^2 + 1}\,. \qquad (2.55)$$

После определения среднего диаметра шестерни d_1 задаются числом зубьев $z_1 \geq 17$, находят средний модуль m и производят проверку *зубьев конической передачи по напряжениям изгиба*.

Размеры поперечных сечений зубьев конического колеса уменьшаются по мере приближения к вершине делительного конуса (рис. 2.17), поэтому нагрузка распределяется по длине зуба неравномерно и изменяется в зависимости от деформации зубьев в различных сечениях. За расчетное удобно принять сечение в средней части длины зуба. Тогда по аналогии с цилиндрической передачей напряжения в этом сечении определятся по формуле (2.50) с учетом коэффициента 0,85:

$$\sigma_F = Y_F \frac{w_F}{0{,}85m} \leq [\sigma_F]\,. \qquad (2.56)$$

Удельную нагрузку w_F определяется по формуле (2.41) при окружной силе F_t, рассчитанной по среднему диаметру. Коэффициент формы зуба Y_F определяется в зависимости от эквивалентного числу зубьев.

Если размеры передачи определяет не контактная, а изгибная прочность (твердость поверхности зубьев $HRC_э \geq 63$ и относительно мягкая сердцевина), расчет конических передач следует начинать с определения среднего модуля по формуле

$$m = K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} K_{Fv} Y_F}{0{,}85 z_1^{\,2} \psi_{bd} [\sigma_F]}}, \qquad (2.57)$$

где $K_m = 1{,}4$.

По величине m определяют внешний модуль m_e и определяют все остальные параметры передачи. Для предварительных расчетов можно принимать $K_{F\beta}\, K_{Fv} = 1{,}5$.

2.2.11 Усилия в зацеплении зубчатых передач

Знание этих сил и их составляющих по осям координат необходимо для расчета зубьев, валов и их опор. Рассматриваем момент зацепления в полюсе, силы трения ввиду их малости не учитываются. Силы взаимодействия зубьев при этом направлены по линии зацепления.

Силы в зацеплении цилиндрических передач (рис. 2.24, *а*). Силу нормального давления F_n в зацеплении косозубых колес можно разложить на три составляющие, которые в дальнейшем будем называть:

окружная сила

$$F_t = 2T / d; \quad (2.58)$$

осевая сила

$$F_a = F_t \, tg \, \beta \, ; \quad (2.59)$$

радиальная сила

$$F_r = F_t \, tg \, \alpha \, / cos \, \beta. \quad (2.60)$$

В шевронной передаче благодаря противоположному направлению зубьев осевые силы уравновешиваются в самом колесе.

В прямозубых передачах угол наклона зубьев $\beta = 0$. Тогда осевая сила равна $F_a = 0$, а радиальная $F_r = F_t \, tg \, \alpha$.

Силы, действующие в зацеплении конических колес (рис. 2.24, б).

В зацеплении конических колес действуют:

окружная сила, направлена по касательной к окружности диаметра d:

$$F_t = 2T / d;$$

радиальная сила

$$F_r = F_t \, tg \, \alpha \, cos \, \delta_1; \quad (2.61)$$

осевая сила

$$F_a = F_t \, tg \, \alpha \, sin \, \delta_1. \quad (2.62)$$

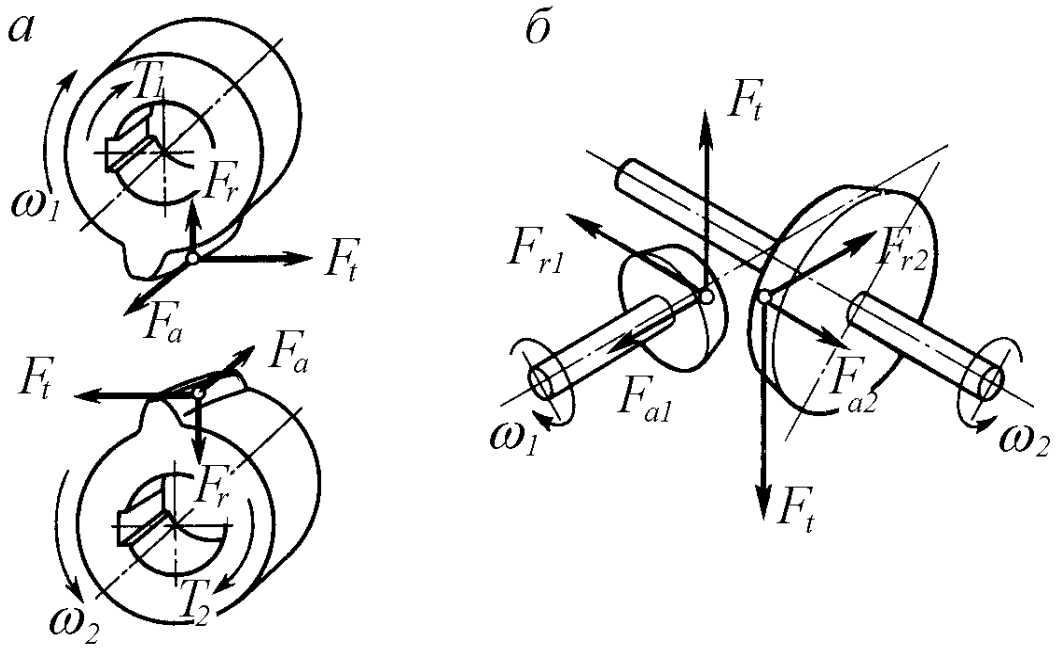


Рисунок 2.24 – Усилия в зацеплении зубчатых передач

Для сопряженного колеса, находящегося в зацеплении с рассматриваемым, сила, равная F_a, но противоположно направленная, является радиальной силой, а сила, равная F_r (и тоже направленная противоположно), осевой силой.

Вопросы для самоконтроля:

1. От чего зависит коэффициент неравномерности нагрузки $K_{H\beta}$ и как он выбирается?

2. Как из формулы Герца выводится формула для расчета на контактную прочность рабочих поверхностей зубьев? Что учитывают коэффициенты Z_M , Z_H. и Z_ε, входящие в формулу?

3. Как влияет на размеры передачи коэффициент ширины венца колеса?

4. Как влияет изменение диаметра зубчатых колес и модуля зацепления на их контактную прочность?

5. Какие допущения принимаются при выводе расчетной формулы на прочность зубьев при изгибе?

6. Что учитывают в расчетных формулах дополнительные коэффициенты $K_{F\beta}$ и K_{Fv} от чего они зависят и как выбираются?

7. Почему ширину венца шестерни делают больше ширины венца колеса?

8. Как определяют силы в зацеплении прямозубых и косозубых цилиндрических зубчатых передач?

9. Какие силы действуют в зацеплении прямозубых конических колес?